

Undersøgelse af funktioner i GeoGebra

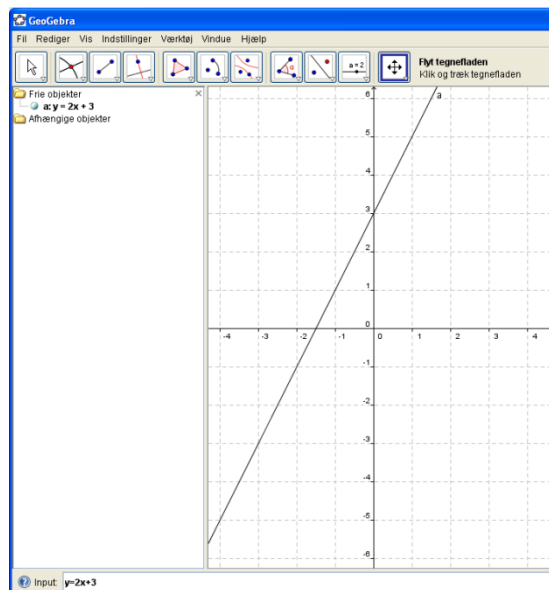
GeoGebra er tænkt som et dynamisk geometri-program, men det kan også anvendes til undersøgelser og opdagelser omkring funktioner.

Eksempel

Tegn linjen med ligningen: $y = 2x + 3$

Indtast ligningen i Input-feltet.

Resultatet ses til højre!



Lineære funktioner

Når eleverne skal opdag betydningen af koefficienterne i udtrykket:

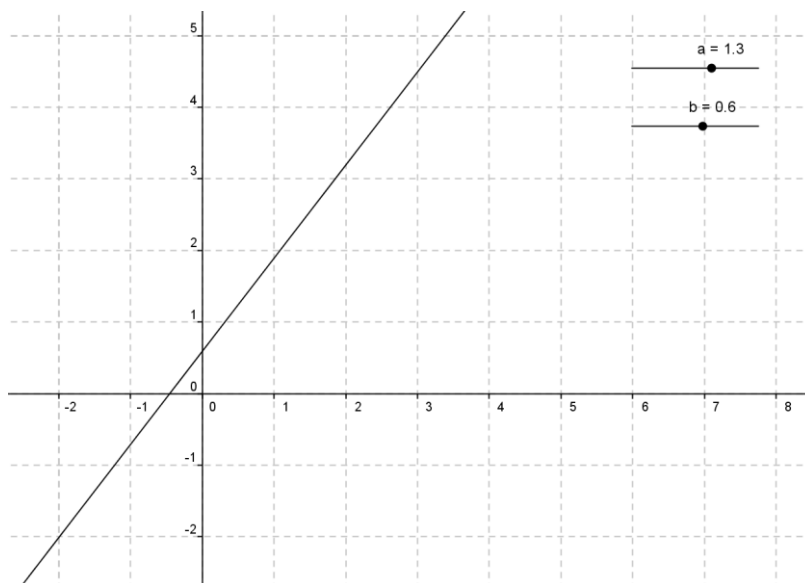
$$y = ax + b$$

Skal man indsætte to skydere, kald dem a og b!

Skriv $y = a x + b$ i Input-feltet. Gangetegnet mellem a og x kan indtastes som mellemrum eller *!

Ved at flytte på skyderne vil eleverne opdag betydningen af a og b.

- Forklar, hvordan linjen flytter sig, når a ændres, når b ændres.

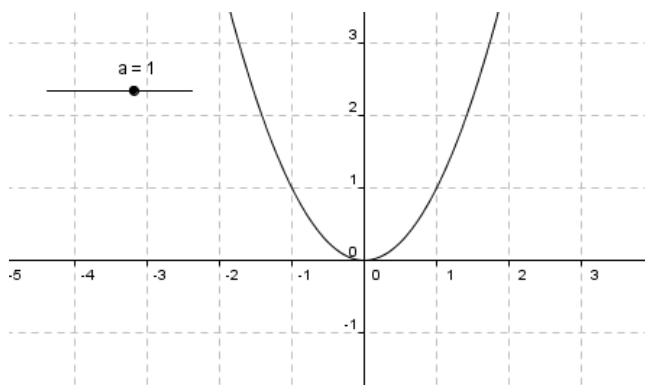


Andengradspolynomier

Uden brug af IT ville man starte meget forsigtigt med dette emne. Eleverne skulle ikke udsættes for at tegne grafen for et andengradspolynomium. Dette hensyn behøver man ikke tage nu, men kan lade eleverne opdage forskellige ting vedrørende andengradspolynomiets graf gennem "guided discovery"

Brug fx GeoGebra til at undersøge, hvordan andengradspolynomiets graf ser ud.

- Tegn andengradspolynomier af formen $y = ax^2$, og beskriv hvilken sammenhæng, der er mellem grafens udseende og værdien af a .

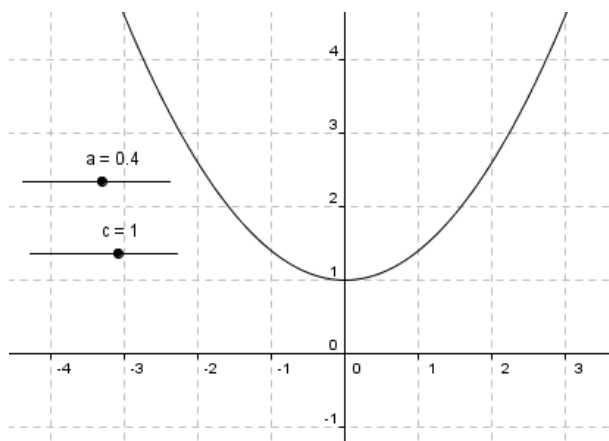


Andengradspolynomiets graf kaldes en parabel.

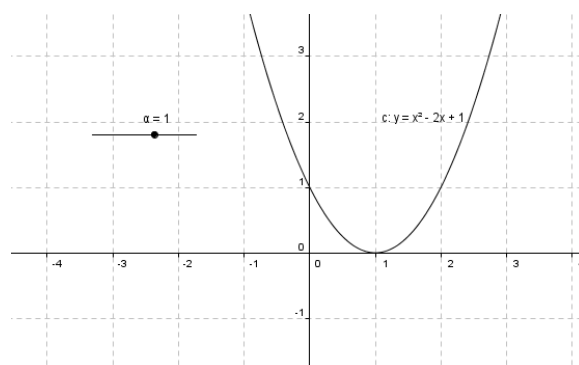
- Beskriv parabelen.

Parabelen har et toppunkt. I eksemplet herover har parabelen toppunkt i (0,0).

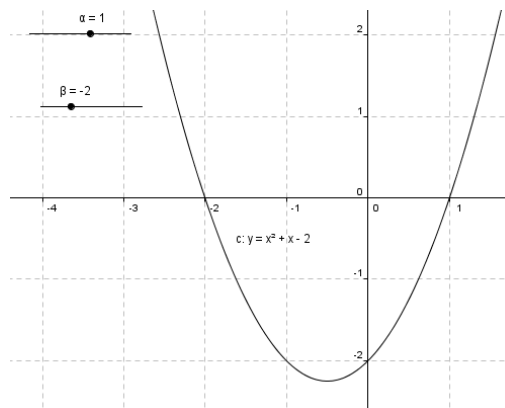
Tegn andengradspolynomier af formen $y = ax^2 + c$, og beskriv hvordan grafen ændrer sig, når c skifter værdi.



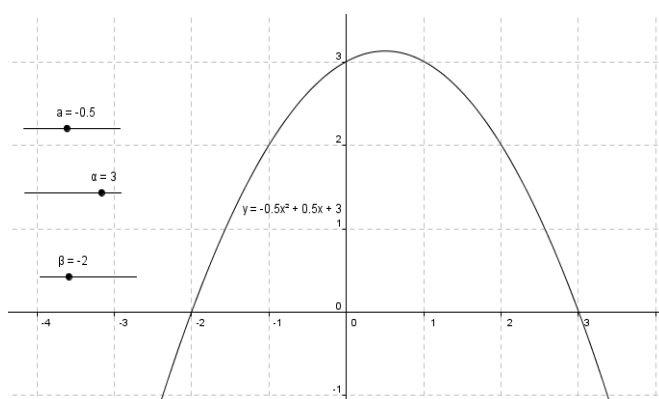
- Tegn andengradspolynomier af formen $y = (x - \alpha)^2$, og beskriv, hvordan grafen ændrer sig, når værdien af α ændres.
- Hvordan vises ligningen for funktionen i algebravinduet?
- Forklar sammenhængen mellem værdien for $\alpha = 1$ og ligningen $y = x^2 - 2x + 1$.



- Tegn andengradspolynomier af typen $y = (x - \alpha)(x - \beta)$.
- Beskriv, hvordan grafen flytter sig, når værdierne af α og β ændres.
- Hvor ligger parablens toppunkt i forhold til α og β ?
- Find koordinatsættet til parablens toppunkt.



- Tegn andengradspolynomier af typen $y = a(x - \alpha)(x - \beta)$.
- Eksperimenter med forskellige værdier for de tre parametre.
- Læg mærke til, hvordan ligningen for andengradspolynomiet ændrer sig.



Navngivning af funktioner i GeoGebra

I analytisk geometri bruger man ofte skrivemåden $y = ax + b$, når man skal angive ligningen for en ret linje.

Når man arbejder med funktioner vil man skrive forskriften for en lineær funktion på denne måde: $f(x) = ax + b$.

Vi skal ikke her diskutere begrundelsen for de to tilsyneladende synonyme skrivemåder, men blot konstatere, at GeoGebra accepterer begge indtastningsmåder.

Hvis man skal arbejde med funktioner er det smart at indtaste dem således:

$f(x) = \dots$, $g(x) = \dots$ osv.

Hvis man gør det på denne måde, kan programmet gennem en simpel indtastning bestemme fx rødder og toppunkter for funktionerne.

Undersøgelse af andengradsfunktion i GeoGebra

Indtast andengradsfunktionen $f(x) = 2x^2 + 3x - 2$ i inputfeltet på denne måde:

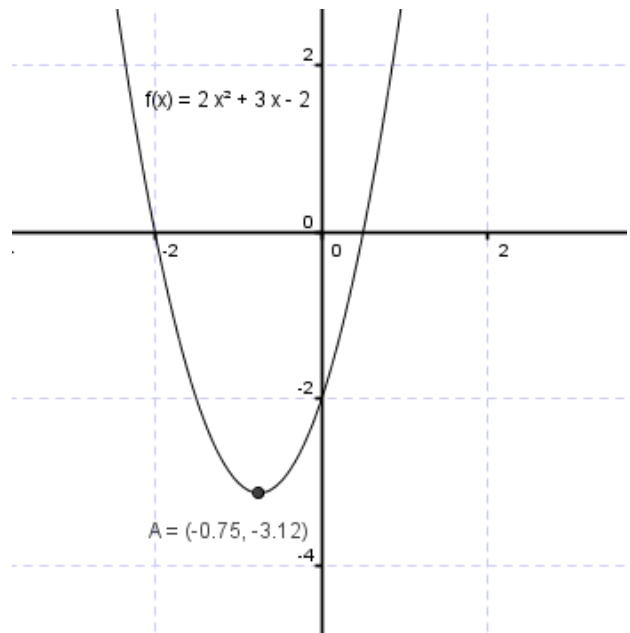
$$f(x) = 2 \cdot x^2 + 3 \cdot x - 2$$

Grafen bliver tegnet og funktionsforskriften vises i algebravinduet.

GeoGebra kan nu bestemme toppunkt til funktionen og beregne rødder.

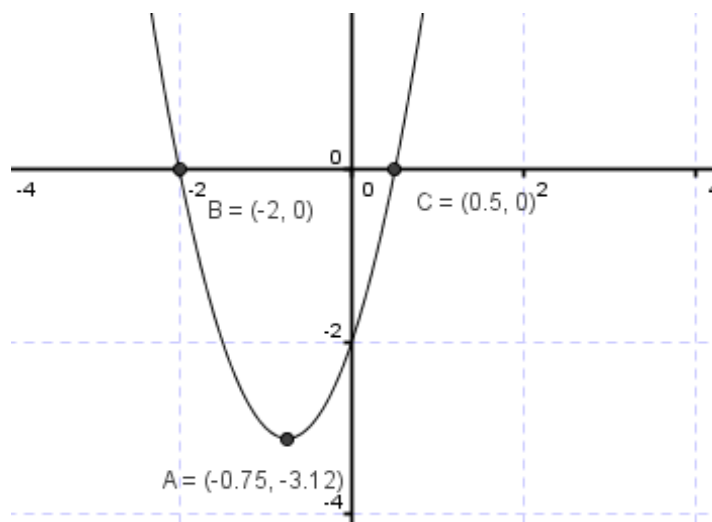
Et toppunkt hedder i matematiksproget et **ekstremum**.

Når man skal finde toppunktet af funktionen f , skal man bruge kommandoen **ekstremum[]**. Denne kommando finder man i kommandofeltet eller indtaster selv. I mellemrummet mellem de kantede parenteser indtastes navnet på funktionen. I dette tilfælde f . Programmet beregner og viser toppunktet.



Programmet kan også beregne rødderne, som er funktionens skæring med x-aksen. Kommandoen er **rod[]**. I parenteser indtastes navnet på funktionen.

På tegningen herunder kan man se, at funktionen f har rødderne $x = -2$ og $x = 0,5$!



Funktioner med begrænset definitionsområde

Prisen på 95 oktan blyfri benzin var en bestemt dag 10,17 kr. pr liter.
Denne sammenhæng kan repræsenteres på forskellige måder.

- Overvej progressionen i de forskellige repræsentationsformer.

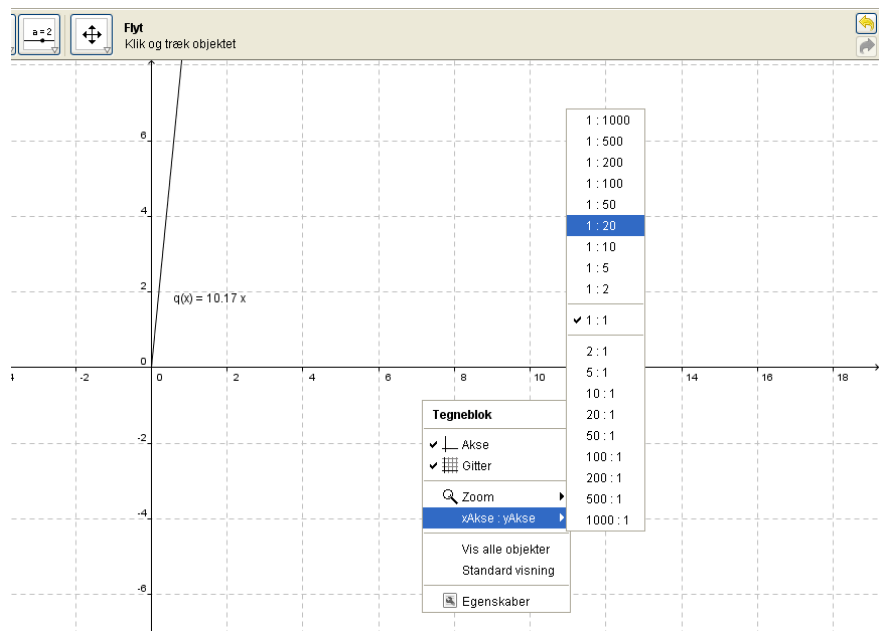
Definitionsområdet for "benzin" funktionen er tallene større end 0.

Hvis man fx vil definere funktionen i intervallet $[0;100]$ klares det ved at indtaste følgende i Input feltet: **$f(x) = \text{funktion}[10.17x,0,100]$** – læg mærke til at programmet hurtigt genkender indtastningen **funktion**!

GeoGebra er indstillet, så der er de samme enheder på første- og andenaksen. Dette kan man ændre på forskellige måder.

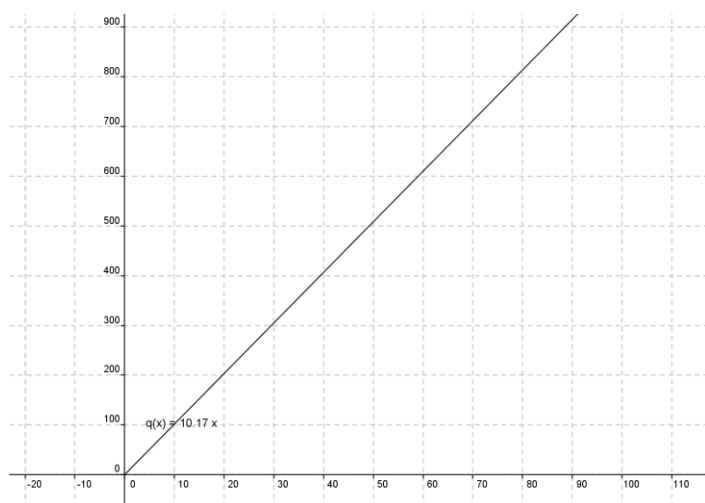
En måde er at højreklikke i et tomt område. Man kan så vælge et passende forhold xAks : yAks!

Ved at vælge et passende zoom-niveau, og ved at flytte begyndelsespunktet er det muligt at få en graf der passer til definitionsområdet.



Der findes også andre muligheder for at ændre på akserne – en mulighed vises senere.

En anden måde er følgende: Vælg værktøjet Flyt tegnefladen - placer cursoren på en af akserne – venstreklik – så bliver cursoren til en hånd, som kan trække i akserne eller skubbe den sammen.



Kuglestød

Den bane, som kuglen ved kuglestød beskriver gennem luften kan matematisk beskrives som en parabel.

Den danske rekord er sat af Joakim B. Olsen den 13. juni 2007.

Rekordstødet kan beskrives ved funktionen:

$$f(x) = -0,05055x^2 + x + 2$$

- Beskriv kastet.

Telefonregninger

Tilbud 1:

Abonnement 0 kr.

Sms pr. stk. 21 øre

Tilbud 2:

Abonnement 49 kr. pr. måned

Sms pr. stk. 1 øre

- Beskriv de to tilbud vha. GeoGebra.

Taxakørsel

Tilpasning af akser

I eksemplet bør der være enheder på akserne. Dette gør man i GeoGebra på den måde, der er beskrevet herunder.

Eksempel

Beskriv sammenhængen mellem det beløb, man skal betale, når man køber benzin, og det antal liter man køber.

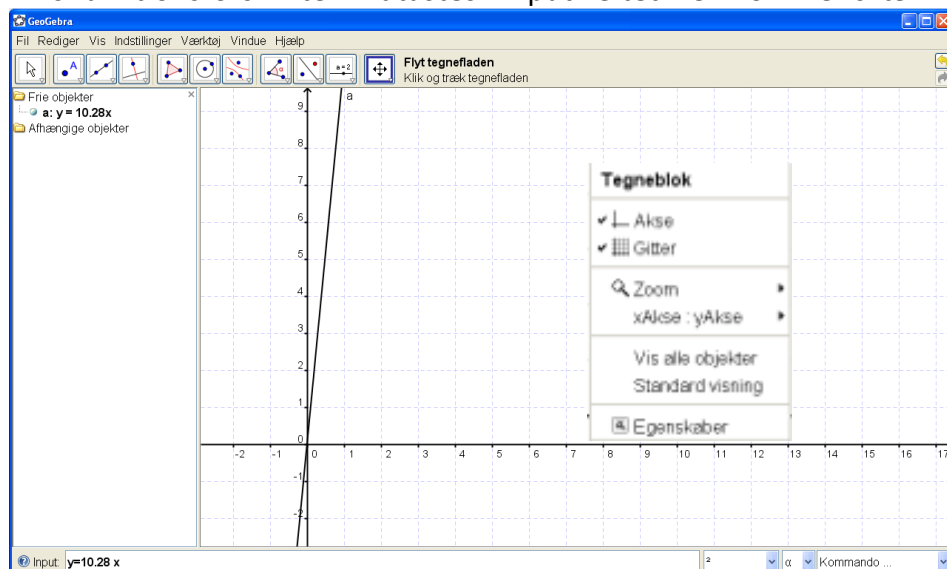
Hvis literprisen er 10,28 kr., kan man opstille følgende sammenhæng.

$$y = 10,28x$$

y: Betalingspris

x: Antal liter

Hvis funktionsforskriften indtastes i Input-feltet fremkommer skærbilledet herunder.



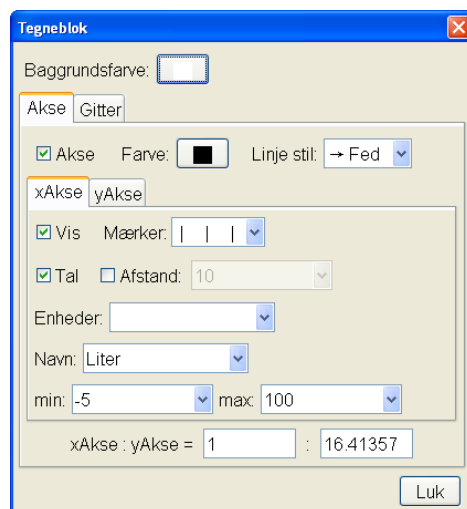
Grafen er tegnet korrekt, men ved at ændre på akseindstillingerne, kan man få et bedre billede af sammenhængen. Når man højreklikker i tegnefladen kommer en dialogboks.

Vælg værktøjet **Egenskaber**.

Dette værktøj giver mulighed for bl.a. at tilpasse akseindstillingerne i den dialogboks, der er vist til højre.

- Indtast funktionen $y = 10,28 x$ og tilpas akserne.

Det der betyder noget ved tilpasningen er forholdet xAkse : yAkse! – Enhederne ændrer sig, når man zoomer, men forholdet bevares.



Bestemme funktionsforskrift

Hvis man kender to punkter, der ligger på samme rette linje, kan man i GeoGebra på en enkel måde bestemme funktionsforskriften ved at tegne linjen gennem de to punkter.

- Bestem ligningen til linjen gennem to selvvalgte punkter.